

FONKSİYONLAR

TANIM

Fonksiyon bir kurala bağlı olarak girdi ve çıktılardan oluşan bir dönüştürme işlemidir.

Günlük hayatımızda karşılaştığımız girdi ve çıktılardan oluşan modeller birer fonksiyon örneği olabilir.

Örneğin; kıyma makinesine konulan etin kıymaya dönüşmesi, telefonun kilit açma tuşuna basınca açılması gibi...

A ve B boş olmayan iki küme olsun A kümesinin her bir elemanının B kümesinin "bir ve yalnız bir" elemanına eşleyen bağıntıya **A'dan B'ye bir fonksiyon** denir.

Fonksiyonlar genellikle **f, g, h, ...** gibi harflerle gösterilirler.

ÖRNEK 1

Aşağıda verilen ifadelerden hangileri bir fonksiyon belirtir?

- a) Bir okuldaki öğrencileri yaşları ile eşleyen ilişki
- b) Bir işyerindeki personelleri ayakkabı numaraları ile eşleyen ilişki
- c) Bir topluluktaki kadınları meslekleri ile eşleyen ilişki

ÖNEMLİ BİLGİ

Girdi ve çıktı arasındaki ilişkide değişen değerlere **değişken**, değişmeden kalan değerlere ise **sabit** denir.

Örneğin, açılış ücreti 12 TL olan ve gittiği her bir km için 3 TL olan bir taksi için $y = 3x + 12$ olur. Burada x ve y değişken, 12 sabittir.

ÖNEMLİ BİLGİ

A kümesinden B kümesine tanımlı f fonksiyonu,

$$f: A \rightarrow B$$

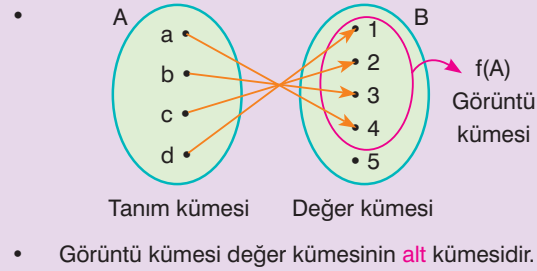
$$x \rightarrow y = f(x)$$

şeklinde gösterilir. Burada $x \in A$, $f(x) \in B$ 'dir.

- A kümesine fonksiyonun tanım kümesi
- B kümesine fonksiyonun **değer kümesi** denir.
- A kümesinin elemanlarının fonksiyon altındaki görüntülerinin oluşturduğu kümeye **fonksiyonun görüntü kümesi** denir.

f(A) ile gösterilir.

$$f(A) = \{f(x) : x \in A\}$$



ÖNEMLİ BİLGİ

A ve B boş olmayan iki küme ve f, A'dan B'ye tanımlı fonksiyon olmak üzere,

- A kümesinin her bir elemanı, B kümesinin yalnız bir elemanına eşlenir.
- A kümesinde eşlenmeyen eleman yoktur.

Bu koşulların ikisi birden sağlanmıyor ise **en az** bir f fonksiyon belirtmez.

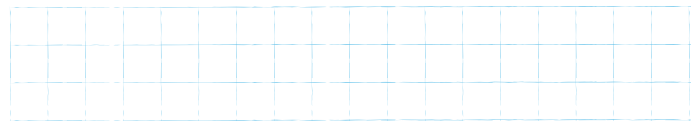
ÖRNEK 2

$$A = \{a, b, c\} \text{ ve } B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

olduğuna göre, aşağıda verilen ifadelerden hangileri A'dan B'ye tanımlı bir fonksiyon belirtir?

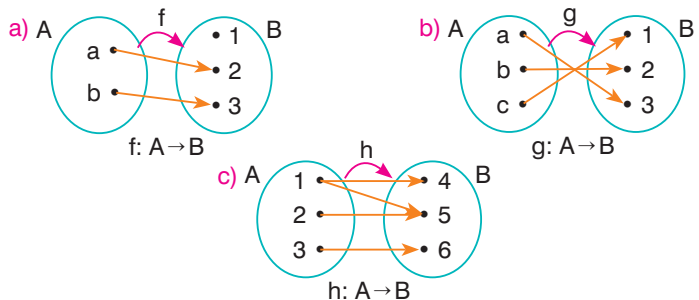
$$f_1 = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 2)\} \quad f_2 = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3)\}$$

$$f_3 = \{(a, 3), (b, 2), (c, 1)\} \quad f_4 = \{(a, 1), (b, 3), (c, 4), (b, 2)\}$$



ÖRNEK 3

Aşağıda Venn şemaları ile verilen eşleştirmelerin fonksiyon olup olmadığını bulunuz.



ÖRNEK 10

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(2x - 6) = 6x - 9$$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

ÖSYM TİPİ **ÖRNEK 11**

$$f\left(\frac{5x-5}{5x+5}\right) = x^2 - 4x + 4$$

olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

- A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

Ö ÖNEMLİ BİLGİ

$y = f(x)$ fonksiyonunda görüntüleri gerçek sayı olan tüm x değerlerinin kümesine f fonksiyonunun **en geniş tanım kümesi** denir. Farklı formlardaki fonksiyonların tanım kümeleri için;

- 1) $f(x) = ax + b$ ise tanım kümesi $\mathbb{R}$,
- 2) $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ ise tanım kümesi $\mathbb{R} - \{h(x) = 0\}$
- 3) $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,
 - $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ ise tanım kümesi
 $g(x) \geq 0$
 - $f(x) = \sqrt[n+1]{g(x)}$ ise $f(x)$ ve $g(x)$ in tanım kümesi

P PÜF NOKTASI

Paydayı sıfır yapan değer tanım kümesinden çıkarılmalıdır.

ÖRNEK 12

Aşağıda verilen ifadelerden hangileri tanım ve değer kümele-
rine göre bir fonksiyon belirtir?

- a) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \sqrt[3]{x}$
- b) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 3}$
- c) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{4 + x}$
- d) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 5$
- e) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 4$

ÖSYM TİPİ **ÖRNEK 13**

$$f(x) = \sqrt{4 - |2x - 4|}$$

fonksiyonunun tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $0 \leq x \leq 8$ B) $0 \leq x \leq 4$ C) $-8 \leq x \leq 0$
D) $-4 \leq x \leq 0$ E) $-4 \leq x \leq 4$

Fonsiyonların Eşitliği

$f: A \rightarrow B$ ve $g: A \rightarrow B$ fonksiyonları verilsin.

Her $x \in A$ için,

$$f(x) = g(x)$$

ise f ve g fonksiyonlarına **eşit fonksiyonlar** denir.

ÖRNEK 14

Reel sayılar kümesi üzerinde tanımlı, f ve g fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

$$f(x) = \frac{x+4}{x}$$

$$g(x) = \frac{x-1}{\frac{2x}{3}}$$

$f(2n) = g(3n)$ olduğuna göre, n kaçtır?

ÖRNEK 15

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (a-3)x^2 + (b+7)x + 19$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 4x^2 - 2x + c + 20$$

fonksiyonları veriliyor.

f = g olduğuna göre, $a + b + c$ 'yi bulunuz.

ÖRNEK 22

Uygun şartlarda tanımlanmış bir f fonksiyonu için,

$$f(x) = 8x - 3$$

olduğuna göre, $f(4x)$ ifadesinin $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) $2f(x) + 6$ B) $4f(x) + 9$ C) $4f(x) - 12$
D) $2f(x) - 6$ E) $4f(x) + 12$

ÖSYM TİPİ ÖRNEK 23

- I. $f(x) = 3^x$
- II. $f(x) = 4^x$
- III. $f(x) = x^2$

Yukarıda verilen fonksiyonların hangilerini her a ve b gerçel sayıları için,

$$f(a + b) = f(a) \cdot f(b)$$

eşitliğini sağlar?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

ÖRNEK 24

f fonksiyonu $n \geq 1$ doğal sayıları için,

$$f(n + 1) = 2 \cdot f(n) + 1$$

eşitliğini sağlıyor.

$f(1) = 1$ olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

ÖSYM TİPİ **ÖRNEK 25**

a ve b sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu,

$$f(ax + b) = 2x$$

$$f(a) = \frac{2b}{a}$$

eşitliklerini sağlamaktadır.

Buna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{8}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) -1

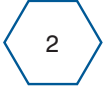
Cevap Anahtarı

Föy No

1

Örnek 1	Örnek 2	Örnek 3	Örnek 4		
a ve b	f_3	a ve b fonksiyondur.	a, b ve d		
Örnek 5	Örnek 6	Örnek 7			
c	a) 36 b) yoktur.	a) 45 b) 3 c) $-6x+3$ d) $6x+9$			
Örnek 8	Örnek 9	Örnek 10	Örnek 11		
$\{0, 1, 3, 5\}$	$\frac{10}{3}, \frac{17}{4}, \frac{26}{5}$	15	c		
Örnek 12	Örnek 13	Örnek 14	Örnek 15	Örnek 16	
a, d ve e	B	$5 = n$	-3	C	
Örnek 17	Örnek 18	Örnek 19			
a) $10x+6$ b) $-2x-12$ c) -27 d) -1	$\{14, 4\}$	C			
Örnek 20	Örnek 21	Örnek 22	Örnek 23	Örnek 24	Örnek 25
21	E	B	D	7	E

1. n kenarlı bir çokgenin içindeki x değeri için $f(x) = x^n - 6$ fonksiyonu tanımlanıyor.

Örneğin;  için $f(2) = 2^6 - 6 = 58$

Çokgenlerin değeri hesaplanırken en içteki çokgenden başlanmaktadır.



Buna göre, yukarıdaki ifadenin değeri kaçtır?

- A) 2^5 B) 26 C) 26^4 D) $26^4 - 6$ E) $26^6 - 4$

2. 300 metre yükseklikten yere bırakılan bir top yere çarptıktan sonra her seferinde bir önceki yüksekliğinin $\frac{1}{2}$ 'si kadar yükselmektedir.

Havadan bırakılan topun n inci sıçrayıştan sonraki yüksekliği,

$$f(n) = 300 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ dir.}$$

Buna göre, bu topun 3. sıçrayıştan sonraki yüksekliği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 150 B) 75 C) $\frac{75}{2}$ D) $\frac{75}{4}$ E) $\frac{75}{8}$

3. $f : \{-1, 0, 1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 2$

$$g : \{0, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2x - 1$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$(f - g)(1) + (f \cdot g)(2)$$

ifadesi kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 12 D) 13 E) 14

4. Bir dış giyim fabrikasında üretilen her bir pantolonun A_1 ve A_2 standartlarına göre belirlenen numara değerleri arasında doğrusal ilişki bulunmaktadır.

Bu fabrikada üretilen en büyük pantolon bedeninin numara değeri A_1 standartlarında 48, A_2 standartlarında ise 18, en küçük pantolon bedeninin numara değeri ise A_1 standartlarında 32, A_2 standartlarında 10'dur.

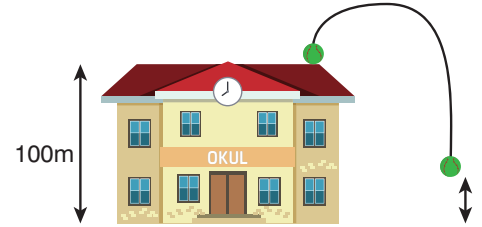
Tablo : Üretilen Pantolonların A_1 ve A_2 standartlarına göre numara değerleri

	A_1	A_2
En büyük	48	18
En küçük	32	10

Buna göre, A_1 standartlarında numara değeri 41 olan bir pantolonun A_2 standartlarındaki numara değeri kaçtır?

- A) 13,5 B) 14,5 C) 15 D) 15,5 E) 16

- 5.



Şekildeki gibi 100 metre yükseklikteki bir okulun çatısından atılan bir topun a . saniyedeki yüksekliğinin metre cinsinden değeri $f(a)$ 'dir.

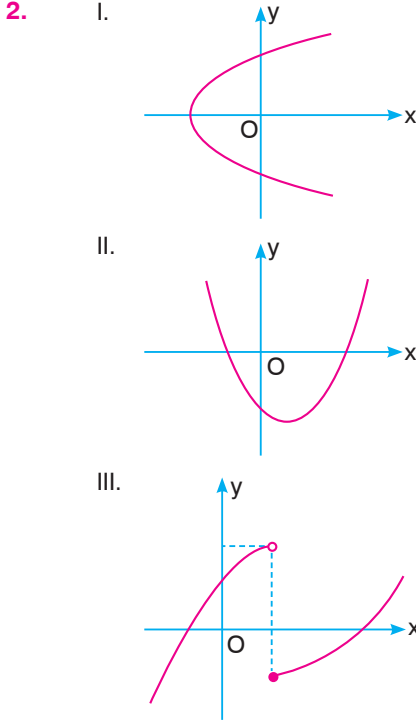
$$f(a) = -4a^2 + 24a + 100$$

olduğuna göre, topun 1. saniyedeki yüksekliği kaç metredir?

- A) 82 B) 64 C) 54 D) 48 E) 120

1. $f(x) = f(x - 1) + x$ ve $f(1) = 2$
olduğuna göre, $f(20)$ değeri kaçtır?

A) 209 B) 210 C) 211 D) 231 E) 232



Yukarıdaki grafiklerden hangileri gerçel sayılarda tanımlı bir fonksiyon belirtir?

A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

3. Gerçek sayılarda tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = f(x + 2) = f(x + 4)$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $f(x + 152) - f(x + 142)$ kaçtır?

A) -10 B) 0 C) 10 D) 20 E) 30

4. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu için

$$f(x) = 2^{x-3}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(a + b + 1)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $8 \cdot f(a) \cdot f(b)$ B) $2 \cdot f(a \cdot b)$ C) $16 \cdot f(a + b)$
D) $2f(a + b)$ E) $16f(a - b)$

5. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu her x ve y gerçel sayısı için,

$$f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$$

eşitliğini sağlamaktadır.

- $f(1) = 2$
- $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot \dots \cdot f(n) = 32^{11}$

olduğuna göre, n sayısının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

6. a ve b gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları aşağıdaki şekilde tanımlanıyor.

$$f(x) = a + bx$$

$$g(x) = a \cdot bx$$

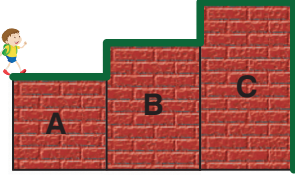
- $(f + g)(1) = f(3)$
- $(f - g)(1) = 10$

olduğuna göre, $\frac{b}{a}$ oranı kaçtır?

A) -2 B) -4 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$



1. Aşağıdaki şekilde kısa kenarları aynı boyda olan üç farklı dikdörtgen verilmiştir.



Yukarıdaki şekilde bulunduğu konumu gösterilen bir kişi C dikdörtgeninin sağ alt köşesine kadar boyalı olarak gösterilen yol üzerinden yürüyecektir.

A, B ve C dikdörtgeninin kenar uzunlukları aşağıdaki gibidir.

	Kısa Kenar	Uzun Kenar
A	$x + 2$	$x + 3$
B	$x + 2$	$x + 4$
C	$x + 2$	$x + 5$

$f(x + 1)$ fonksiyonu bu kişinin aldığı yolun x türünden uzunluğu biçiminde tanımlanmıştır.

x , 1'den büyük bir doğal sayı olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

2. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x}$ fonksiyonu tanımlanıyor.

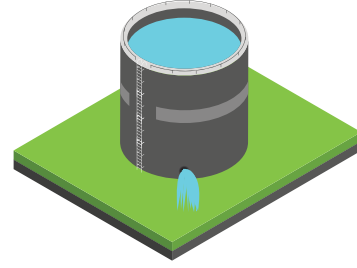
$\nabla[a, 72] = f(a) \cdot f(a+1) \cdot f(a+2) \cdot \dots \cdot f(72)$ 'dir.

$$\frac{\nabla[2, k]}{\nabla[3, k+1]} = \frac{12}{10}$$

olduğuna göre, k değerinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

3. Aşağıdaki şekilde yüksekliği 1000 m olan silindir şeklinde bir su deposu verilmiştir.



Yukarıda verilen su deposunun tabanında hasar meydana gelmiş ve bir delik oluşmuştur. Bu delikten akan suyun hızı $V \text{ m}^3$ ve depoda kalan su yüksekliği $d \text{ m}$ olmak üzere, V ile d arasında

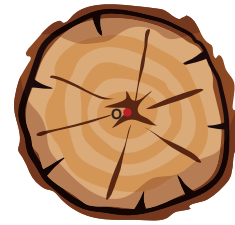
$$V(d) = 20 - \sqrt[3]{d-1}$$

bağıntısı vardır.

Depodaki suyun 10. dakikadaki yüksekliği 730 m olduğuna göre, delikten akan suyun hızı dakikada kaç metreküptür?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

4. Aşağıdaki şekilde bir ağacın gövdesinin ara kesiti verilmiştir.



Silindir şeklindeki bu kesitin merkezi O noktası, yarıçapı ise 10 cm'dir. Emre bu kesit üzerine çizilebilecek en büyük alanlı dikdörtgeni çizmiş ve dikdörtgenin bir kenarının O noktasına olan uzaklığını x ile, bu dikdörtgenin bir kenar uzunluğunu $f(x)$ ile isimlendiriyor.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

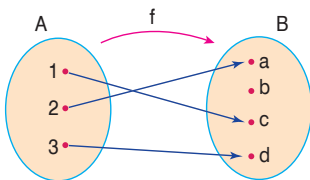
- A) $2 \cdot \sqrt{100-x}$ B) $2 \cdot \sqrt{100-x^2}$
C) $\sqrt{100-x^2}$ D) $4 \cdot \sqrt{100-x}$
E) $\sqrt{100-4x^2}$

FONKSİYON ÇEŞİTLERİ

1. Birebir Fonksiyon

Bir fonksiyonun tanım kümesindeki her bir elemanın görüntüsü diğer elemanların görüntülerinden farklı ise o fonksiyona **birebir fonksiyon** denir ve "**f fonksiyonu 1 – 1'dir.**" şeklinde ifade edilir.

Örneğin,



f fonksiyonu
1-1'dir.

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonunda her $a, b \in A$ için,

- $a \neq b$ iken $f(a) \neq f(b)$ veya
- $a = b$ iken $f(a) = f(b)$ oluyorsa f fonksiyonu bire bir fonksiyondur.

ÖRNEK 1

Aşağıda verilmiş olan fonksiyonlardan hangileri birebirdir?

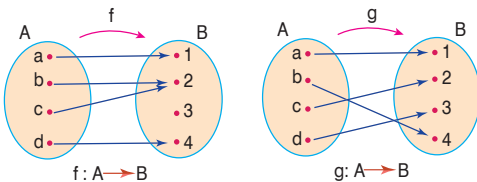
a) $f(x) = 4x - 1$

b) $g(x) = 2x^2 + 3$

c) $h(x) = x^3 - 4$

ÖRNEK 2

$A = \{a, b, c, d\}$ ve $B = \{1, 2, 3, 4\}$ kümeleri veriliyor.



Buna göre yukarıda verilmiş olan f ve g fonksiyonlarının bire bir olup olmayacağını inceleyiniz.

Ö ÖNEMLİ BİLGİ

$s(A) = m$ ve $s(B) = n$ olmak üzere, A'dan B'ye tanımlı bire bir fonksiyon sayısı

$$P(n, m) = \frac{n!}{(n - m)!} \text{ ile bulunur.}$$

✓ $f: A \rightarrow B$ ve 1 - 1 fonksiyon ise $s(A) \leq s(B)$ 'dir.

ÖRNEK 3

$A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{x, y, z, t\}$ kümeleri veriliyor.

Buna göre, A kümesinden B kümesine tanımlı kaç farklı birebir fonksiyon yazılacağını bulunuz.

ÖSYM TİPİ **ÖRNEK 4**

$A = \{a, b, c, d, e, f\}$ ve $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ olmak üzere,
 $f: A \rightarrow B$ fonksiyonu bire birdir.

Buna göre,

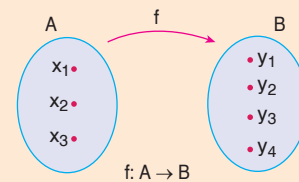
$$f(a) + f(b) + f(c) + f(d)$$

toplamının alabileceği en büyük değer ile en küçük değer arasındaki fark kaçtır?

- A) 30 B) 22 C) 18 D) 12 E) 8

ÖSYM TİPİ **ÖRNEK** **5**

$A = \{x_1, x_2, x_3\}$ ve $B = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ kümeleri verilmiştir.



A'dan B'ye $f(x_3) = y_1$ olacak şekilde kaç tane bire bir f fonksiyonu tanımlanabilir?

- A) 24 B) 12 C) 8 D) 6 E) 4

2. Örten Fonksiyon

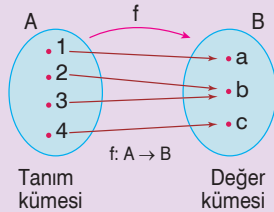
f: $A \rightarrow B$ fonksiyonunun tanım kümesinin elemanların, değer kümesinin tüm elemanlarıyla eşleşmiş ise, yani değer kümesinde açıkta eleman kalmadıysa f fonksiyonuna **örten fonksiyon** denir.

Ö ÖNEMLİ BİLGİ

Örten fonksiyonlarda görüntü kümesi değer kümesine eşittir.

Yani $f(A) = B$ 'dir.

Örneğin;



- ✓ $f: A \rightarrow B$ fonksiyonunda, her $b \in B$ için $b = f(a)$ olacak şekilde en az bir $a \in A$ varsa f , örten fonksiyondur.
- ✓ $f: A \rightarrow B$ fonksiyonunun örten olabilmesi için, $s(A) \geq s(B)$ olmalıdır.

ÖRNEK 6

$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ve $f: A \rightarrow B$ olmak üzere,
 $f(x) = 7x - 9$

fonksiyonu örtendir.

Buna göre B kümesinin elemanlarını liste yöntemi ile gösteriniz.

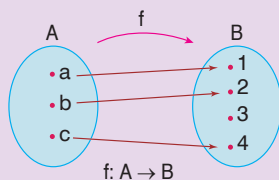
3. İçine Fonksiyon

Görüntü kümesi değer kümesine eşit olmayan fonksiyona **içine fonksiyon** denir.

Ö ÖNEMLİ BİLGİ

Örten olmayan fonksiyon, içine fonksiyondur.

Örneğin;



ÖRNEK 7

$A = \{0, 2, 4\}$, $B = \{0, 2, 4, 32\}$ ve $f: A \rightarrow B$ olmak üzere,
 $f(x) = x^3 - 2x^2$

fonksiyonunun içine fonksiyon olup olmadığını belirleyiniz.

ÖRNEK 8

Aşağıda tanım ve değer kümeleri verilen fonksiyonların örten ya da içine olma durumlarını inceleyiniz.

a) $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 4x - 2$

b) $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$, $g(x) = x + 7$

c) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = x^2$

ÖRNEK 9

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu örten ve $s(A) \neq s(B)$ olmak üzere;

$$s(A) = 3a - 8$$

$$s(B) = 4a - 14$$

olduğuna göre a'nın alabileceği değerin toplamı kaçtır?

ÖRNEK 10

Bir sınıftaki erkek öğrencilerin başka bir sınıfın öğrencileriyle yapacağı tenis turnuvası ile ilgili aşağıdakiler bilinmektedir.

- I. Sınıfta 6 erkek öğrenci vardır.
- II. Öğrencilerden Arda ve Aras'ın diğer sınıftan rakipleri bellidir.
- III. Her öğrencinin rakibi var ve yalnız bir tanedir.

Buna göre bu turnuvadaki rakip dağılımı kaç farklı şekilde yapılabilir?

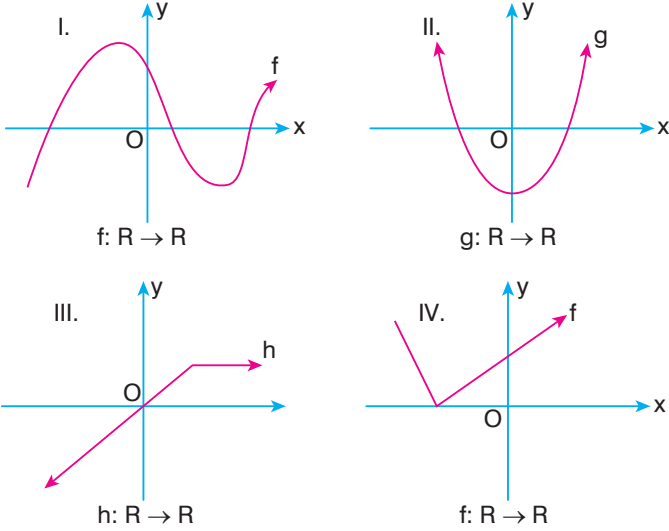
Fonksiyonlar - 2

Yatay Doğru Testi

- ✓ Analitik düzlemde verilmiş olan bir fonksiyon, x – eksenine paralel doğrular çizildiğinde, bu doğrular fonksiyonun grafiğini tek noktada kesiyor ise **birebirdir**.
- ✓ Eğer bu doğrular grafiği birden fazla noktada kesiyorsa **1 – 1 değildir**.
- ✓ Analitik düzlemde x – eksenine paralel olarak çizilen tüm doğrular fonksiyonu en az bir noktada kesiyorsa fonksiyon **örtendir**.

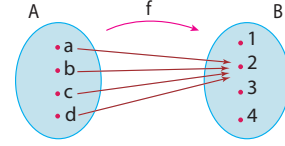
ÖRNEK 11

Aşağıda verilen fonksiyon grafiklerinin bire bir ve örtен olma durumlarını inceleyiniz.



4. Sabit Fonksiyon

$f: A \rightarrow B$ bir fonksiyon olmak üzere tanım kümesindeki bütün elemanlar değer kümesinde bulunan yalnız bir eleman ile eşleşiyorsa f fonksiyonuna **sabit fonksiyon** denir.



- ✓ $f: A \rightarrow B$ fonksiyonunda her $x \in A$ için, $f(x) = c$, $c \in B$ 'dir.
- ✓ Sabit fonksiyonların görüntü kümesinin eleman sayısı 1'dir.

5. Sıfır Fonksiyonu

$f(x) = 0$ fonksiyonu sıfır fonksiyonudur.

ÖRNEK 12

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;

$$f(x) = ax - 6x + 3a + 1$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre,

a) $f(a)$ kaçtır?

b) $f(19) + f(-19)$ kaçtır?

ÖNEMLİ BİLGİ

a, b, c, d sıfırdan farklı reel sayılar ve $f: \mathbb{R} - \left\{\frac{d}{c}\right\} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ fonksiyonunun sabit fonksiyon olması için,}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ olmalıdır.}$$

ÖRNEK 13

$f: \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;

$$f(x) = \frac{4x + K - 4}{x - 4}$$

fonksiyonunu sabit fonksiyon olduğuna göre K kaçtır?

ÖRNEK 14

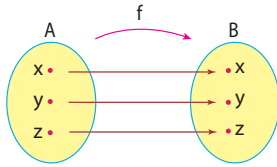
f sıfır ve g sabit fonksiyon olmak üzere;

$$-4 \cdot f(6) + 2f(4) = 5g(7) - 35$$

olduğuna göre $f(3) + g(3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

6. Birim Fonksiyon

$f: A \rightarrow A$ bir fonksiyon olmak üzere tanım kümesindeki her elemanı kendisiyle eşleyen fonksiyona **birim (özdeşlik) fonksiyon** denir.



- ✔ Birim fonksiyon genellikle I ile gösterilir.
- ✔ $A \neq \emptyset$ olmak üzere $f: A \rightarrow A$ her $x \in A$ için $f(x) = x$ şeklinde ifade edilir.
- ✔ Birim fonksiyon birebirdir.

ÖRNEK 15

$f: A \rightarrow A$ olmak üzere f birim fonksiyondur.

$$f(3K - 14) = 4$$

olduğuna göre K kaçtır?

ÖRNEK 16

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere

$$f(x) = (a-3)x^2 + (b+2)x - c - 6$$

fonksiyonu birim fonksiyondur.

Buna göre $a \cdot b \cdot c$ kaçtır?

ÖRNEK 17

$f: R \rightarrow R$, f birim fonksiyon olmak üzere,

$$f(4n - 3) + 3 \cdot f(2n + 1) = 40$$

olduğuna göre, $f(2n - 3)$ kaçtır?

7. Doğrusal Fonksiyon

 $a, b \in \mathbb{R},$

$a \neq 0$ ve $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;

$$f(x) = ax + b$$

kuralı ile verilen fonksiyonlara **doğrusal fonksiyon** denir.

- ✓ Doğrusal fonksiyonların grafikleri analitik düzlemde bir doğru belirtir.
- ✓ $f(x) = 2x + 4$, $g(x) = 4x$
 $h(x) = \frac{2x}{3} + 4$ fonksiyonları birer doğrusal fonksiyon örneğidir.

ÖRNEK 18

 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$

$$f(x) = (a-3)x^3 + (a+2)x - a + 4$$

doğrusal fonksiyon olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

ÖRNEK 19

f , R 'de tanımlı doğrusal bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(1) = 4$$

$$f(7) = 40$$

olduğuna göre $f(10)$ kaçtır?

Fonksiyonlar - 2

8. Parçalı Tanımlı Fonksiyon

Tanım kümesinin farklı alt aralıklarında farklı kural ile tanımlanan fonksiyona **parçalı fonksiyon** denir.

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & , x < a \text{ ise} \\ h(x) & , x \geq a \text{ ise} \end{cases}$$

parçalı tanımlı fonksiyonlarda $x = a$ kritik noktadır.

- ✓ $x < a$ değerleri için g fonksiyonunun
 $x \geq a$ değerleri için h fonksiyonunun kuralı kullanılır.

ÖRNEK 20

$$f(x) = \begin{cases} 3x+1 & , x < 2 \\ \frac{x+7}{3} & , x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonu için $f(-2) + f(2) + f(8)$ kaçtır?

ÖNEMLİ BİLGİ

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & , a < x < b \\ h(x) & , b \leq x < c \end{cases}$$

parçalı fonksiyonunda a, b ve c kritik noktalardır.

ÖSYM TİPİ ÖRNEK 21

$f: Z \rightarrow Z$ fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} 2x-5 & , x < 3 \text{ ise} \\ 2x+5 & , x \geq 3 \text{ ise} \end{cases} \text{ biçiminde tanımlanıyor.}$$

- I. f , bire birdir.
 II. f , örtendir.
 III. f 'nin görüntü kümesi $Z - \{3\}$ 'tür

ifadelerinden hangileri doğrudur?

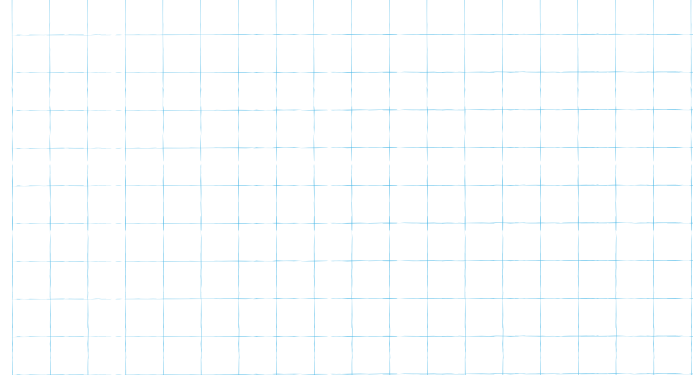
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I ve III

ÖRNEK 22

$x \in R$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 2 & , x \leq -1 \\ x^2 + 9 & , x > -1 \end{cases}$$

Buna göre $f(k) = 25$ denklemini sağlayan k değerinin toplamı kaçtır?



Cevap Anahtarı

Föy No

2

Örnek 1

a ve c

Örnek 2

 f = birebir değildir. g : birebirdir.

Örnek 3

24

Örnek 4

E

Örnek 5

D

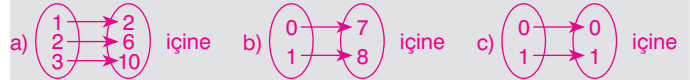
Örnek 6

 $B = \{-23, -16, -9, -2, 5\}$

Örnek 7

 f içinedir. $f(0) = 0$ $f(2) = 0$ $f(4) = 32$

Örnek 8



Örnek 9

9

Örnek 10

 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Örnek 11

I. Birebir değil, örtten

II. Birebir değil, örtten değil

III. Birebir değil, örtten değil

IV. Birebir değil, örtten değil

Örnek 12

a) 19, b) 38

Örnek 13

 $K = -12$

Örnek 14

7

Örnek 15

 $K = 6$

Örnek 16

18

Örnek 17

 $f(5) = 5$

Örnek 18

6

Örnek 19

58

Örnek 20

3

Örnek 21

A

Örnek 22

 $k = 4$

1. I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$
 II. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^4 + x$
 III. $h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = \frac{2x+1}{3}$

Yukarıda verilmiş olan f , g ve h fonksiyonlarından hangileri birebir ve içinedir?

- A) Yalnız I B) I ve III C) Yalnız III
 D) Yalnız II E) II ve III

2. $f: A \rightarrow B$ tanımlanan f fonksiyonu örtendir.
 $s(A) = x + 8$
 $s(B) = 2x - 6$

olduğuna göre x 'in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

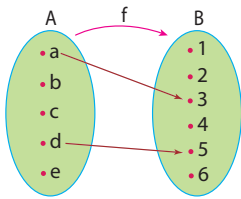
- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, bir sabit fonksiyon olmak üzere;
 $f(10) = kx + 2m + 7$
 $f(13) = mx + 5k + n$ 'dir.

Buna göre $f(k + m + n)$ kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 7 D) 9 E) 14

4.

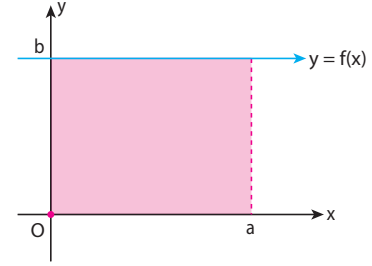


$f: A \rightarrow B$ olmak üzere
 f fonksiyonu
 bire bir fonksiyondur.
 $f(a) = 3$
 $f(d) = 5$ olmak üzere

A'dan B'ye kaç farklı bire bir fonksiyon tanımlanabilir?

- A) 24 B) 36 C) 48 D) 60 E) 72

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y = f(x)$ sabit fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$h(x) = \text{"Tıralı Bölgenin Alanı"}$ şeklinde tanımlanıyor.

$f(6) \cdot h(6) = 216$ olduğuna göre b kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E)

6. $f: A \rightarrow B$ olmak üzere

$f(x) = 4x - a + bx + 7$ fonksiyonu birim fonksiyondur.

Buna göre $f(a + b)$ kaçtır?

- A) -3 B) 7 C) 4 D) -10 E) 10

7. $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$

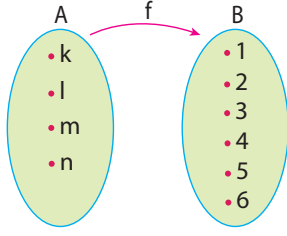
$$f(x) = \frac{mx + 24}{nx - 6}$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre

$m + n + f(m \cdot n)$ kaçtır?

- A) -19 B) -16 C) -13 D) 12 E) 13

1. $f: A \rightarrow B$ tanımlı bir fonksiyon olmak üzere;



$$f(k) = f(l) = f(m)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre f fonksiyonu üzerinde sabit olmayan kaç fonksiyon tanımlanabilir?

- A) 30 B) 32 C) 40 D) 48 E) 56

2. $A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ve

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümeleri veriliyor.

A'dan B'ye tanımlı f fonksiyonu birebir ve örten olduğuna göre, $f(5) + f(6) + f(7) + f(8) + f(9) + f(10)$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

3. Z tam sayılar kümesi olmak üzere; $f: Z \rightarrow Z$ fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & , \quad x < 0 \text{ ise} \\ 2x+1 & , \quad x \geq 0 \text{ ise} \end{cases} \text{ biçiminde tanımlanıyor.}$$

Buna göre,

- I. f bire birdir.
II. f örtendir.
III. f içinedir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

4. Pozitif tam sayılar kümesinde tanımlı bir f fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$f(x) = \begin{cases} f(x-4) + f(x-3), & x > 5 \text{ ise} \\ 4, & x \leq 5 \text{ ise} \end{cases}$$

Buna göre $f(12)$ kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

5. $f: R \rightarrow R$ fonksiyonu birim fonksiyon,

$g: R \rightarrow R$ fonksiyonu sabit fonksiyondur.

$$f(10x+5) + g(10x-7) = 3f(x-3) + g(2)$$

olduğuna göre, $f(x+13)$ kaçtır?

- A) -2 B) 2 C) 11 D) 13 E) 15

6. R reel sayılar kümesi olmak üzere;

$f: R \rightarrow R$ fonksiyonu doğrusal fonksiyondur.

$$f(2x-4) + f(2x+4) = 8x-12$$

olduğuna göre, $f(7)$ kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 7 D) 5 E) 3

7. Gerçek sayılardan gerçel sayıların bir alt kümesi olan K kümesinde tanımlı,

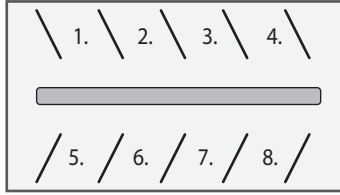
$$f(x) = \begin{cases} -2x+1 & , \quad x < 5 \text{ ise} \\ x-14 & , \quad x \geq 5 \text{ ise} \end{cases} \text{ ise fonksiyonu örtendir.}$$

Buna göre K kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[9, \infty)$ B) $(-\infty, -9]$ C) $[-9, 9]$
D) $[-9, \infty)$ E) $(9, \infty)$



1. Aşağıdaki şekilde 8 araç kapasiteli bir otopark verilmiştir.



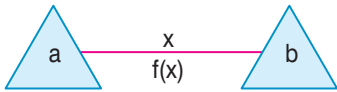
Otoparka girmek için bekleyen araçlardan 5 tanesi otoparka park etmeleri için yönlendirilmiştir. Bu beş aracın her biri 1'den 8'e kadar numaralandırılmış yerlerden birine park edecektir. Araçların numaralandırılmış yerlere yerleştirilmeleriyle ilgili;

- I. Bire bir fonksiyondur.
II. Bire bir ve örten fonksiyondur.
III. İçine fonksiyondur.

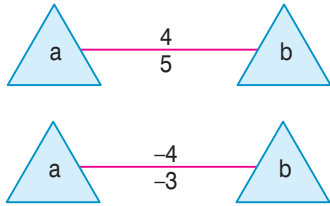
ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) II ve III

2. Aşağıda iki üçgen içine yazılmış olan a ve b gerçel sayıları ile üçgenleri bir birine bağlayan doğrunun altındaki $f(x)$ ifadesi ve üstündeki x değişkeni için



gösterimi ile $f(x) = ax + b$ doğrusal fonksiyonu tanımlıyor.



olduğuna göre $f(16)$ kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

3. Bir kargo firmasının İstanbul ilinde bir gün içerisinde dağıttığı kargo sayısı aşağıdaki parçalı fonksiyon ile modellenmiştir.

$$f(x) = \begin{cases} 10^3 \cdot x & , 1 \leq x < 3 \\ 10^5(x-1) & , 3 \leq x < 5 \\ 10^x & , x \geq 5 \end{cases}$$

Pazartesi günü 3 kargocu sırasıyla 3, 4 ve 5 paket ile dağıtıma çıkmıştır. x, kargocuların yanlarına aldıkları paket sayısı olduğuna göre, kargocuların dağıttıkları toplam kargo sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5 \cdot 10^5$ B) $53 \cdot 10^5$ C) $503 \cdot 10^5$
D) $503 \cdot 10^4$ E) $6 \cdot 10^5$

4. Bir piknik alanının sahibi olan Osman Bey'in gelen müşterilere uyguladığı fiyat tarifesini aşağıdaki fonksiyon ile ifade edilmiştir.

$$f(x) = \begin{cases} 20 & , 0 < x \leq 1 \text{ ise} \\ 25 & , 1 < x \leq 2 \text{ ise} \\ 50 & , 2 < x \leq 4 \text{ ise} \\ 100 & , x \geq 5 \text{ ise} \end{cases}$$

Müşterilerin piknik alanında kalma süresi x saat ve bu süre için ödeyecekleri ücret TL cinsinden $f(x)$ ile gösterilmiştir. 11 Temmuz Cumartesi günü saat 10.00'da bu otoparka 20 müşteri gelmiştir. Gelen müşterilerin,

- 5'i 11.00'de
- 7'si 11.20'de
- 3'ü 13.45'de
- Kalan müşteriler ise piknik alanı kapanınca ayrılmıştır.

Buna göre 11 Temmuz günü Osman Bey'in kazandığı toplam ücret kaç TL'dir?

- A) 650 B) 825 C) 875 D) 925 E) 975

TANIM

f fonksiyonu tanım kümesindeki her değer için

$f(-x) = f(x)$ eşitliğini sağlıyorsa **çift fonksiyondur.**

$f(-x) = -f(x)$ eşitliğini sağlıyorsa **tek fonksiyondur**.

Bir fonksiyon tek veya çift fonksiyon olmak zorunda değildir.

Tek fonksiyonlar orjine, çift fonksiyonlar ise y – eksenine göre simetriktir.

ÖRNEK 1

Aşağıda verilen fonksiyonların tek fonksiyon ya da çift fonksiyon olup olmadığını belirleyiniz.

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 2x$

b) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^4 + x^3 + 2$

c) $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = 5$

d) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{10} + x^8 - 3x^6$

e) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (2x + 3)^2$

Ö ÖNEMLİ BİLGİ

- Polinom fonksiyonlarda
 - f çift fonksiyon ise tek dereceli terimlerin katsayıları sıfırdır.
 - f tek fonksiyon ise çift dereceli terimlerin katsayıları sıfırdır.

$\cos x$	} Çift fonksiyon	$\sin x$	} Tek fonksiyondur
$\sec x$		$\csc x$	
		$\tan x$	
		$\cot x$	

- İki veya daha fazla tek fonksiyonun toplamı veya farkı tek fonksiyondur.
- İki veya daha fazla çift fonksiyonun toplamı veya farkı çift fonksiyondur.

ÖRNEK 2

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyondur.

$$f(x) = (a - 4)x^3 + ax^2 + (b + 3)x + a + b$$

olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

ÖRNEK 3

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ çift fonksiyon olmak üzere,

$$f(x) - 2f(-x) = 6x^2 + 9$$

olduğuna göre, $f(-2)$ kaçtır?

TANIM

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & , f(x) \geq 0 \\ -f(x) & , f(x) < 0 \end{cases}$$

fonksiyonuna **mutlak değer fonksiyonu** denir.

- Burada $f(x) = 0$ denkleminin kökleri kritik noktaların apsisleridir.

ÖRNEK 4

 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$

$$f(x) = |3x - 9|$$

fonksiyonunu parçalı fonksiyon biçiminde yazınız.

ÖRNEK 5

$$f(x) = |2x - 8| + 3x + 2$$

fonksiyonunu parçalı fonksiyon olarak yazınız.

TANIM

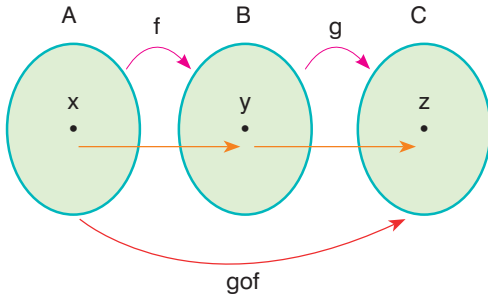
Birbirleriyle bağlantılı iki işlemin art arda yapılması ile oluşan fonksiyona **bileşke fonksiyon** denir.

Boş olmayan A, B ve C kümeleri için

$$f : A \rightarrow B, \quad g : B \rightarrow C$$

fonksiyonları verilsin.

f ve g fonksiyonları yardımıyla A 'dan C 'ye tanımlanan yeni fonksiyona g bileşke f fonksiyonu denir ve $g \circ f$ biçiminde gösterilir.



- $\text{gof} : A \rightarrow C$
- $\text{gof}(x) = g(f(x))$

ÖRNEK 6

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$$

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = x + 3$$

olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonların eşitini bulunuz.

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(\text{gof})(x)$

c) $(\text{fof})(x)$

d) $(\text{gog})(x)$

Ö ÖNEMLİ BİLGİ

Bileşke işleminin değişme özelliği yoktur.

Yani, $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$

ÖRNEK 7

$$f = \{(1, 3), (2, 2), (3, 4), (4, 5)\}$$

$$g = \{(1, 1), (2, 4), (3, 2), (4, 3)\}$$

olduğuna göre, $(g \circ f)(3) + (f \circ g)(2) - (g \circ f)(1)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÖRNEK 8

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$f : x \rightarrow$ "x sayısının asal bölenleri sayısı" biçiminde tanımlanıyor.

Örneğin, $f(20) = 2^2 \cdot 5$ olduğundan

$$f(20) = 2^{\text{dir.}}$$

Buna göre, $(f \circ f)(1200)$ fonksiyonunun eđiti kaçtır?

Ö ÖNEMLİ BİLGİ

Fonksiyonlarda bileşke işleminin birleşme özelliği vardır.

$$\text{fogoh} = \text{fo}(\text{goh}) = (\text{fog})\text{oh}'\text{dir.}$$

ÖSYM TİPİ ÖRNEK 9

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için,

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$f(x) = 3x - 2$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $g(2)$ kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 3 E) 6

Ö ÖNEMLİ BİLGİ

$f(x) = x$ ise $I(x)$ birim fonksiyonuna bileşke işleminin birim (etkisiz) elemanı denir.

- $(\text{fol})(x) = f(l(x)) = f(x)$
- $(\text{lof})(x) = l(f(x)) = f(x)$

Fonksiyonlar - 3

ÖSYM TİPİ ÖRNEK 10

k bir gerçel sayı olmak üzere, pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = kx + 1$$

$$g(x) = \sqrt[3]{x} - 2$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$(fog)(27) = 10$$

olduğuna göre, f(7) değeri kaçtır?

- A) 10 B) 64 C) 70 D) 77 E) 78

ÖRNEK 11

f : R → R doğrusal fonksiyon olmak üzere,

$$(f \circ f)(x) = 9x - 24$$

f(3)'ün alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÖRNEK 12

f : R → R ve g : R → R olmak üzere,

$$(g \circ f)(x) = 5f^2(x) + 3f(x) - 4$$

$$(f \circ g)(x) = \frac{g(x) - 4}{2g(x) + 1}$$

olduğuna göre, f(3) + g(2) kaçtır?

ÖRNEK 13

Gerçek sayılar kümesinde f, g ve h fonksiyonları

$$f(x) = x + 1$$

$$g(x) = x^2 - 2$$

$$h(x) = 4 - x$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, (fogoh)(k) = 0 olmasını sağlayan k gerçel sayısının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÖSYM TİPİ ÖRNEK 14

Tanım kümesi tam sayılar olan f ve g fonksiyonları

$$f(a) = 2a + 2$$

$$g(a) = 2a - \frac{1}{4}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,

I. gogof

II. fofog

III. gogofog

fonksiyonlarının hangilerinin görüntü kümesi yalnızca tam sayılardan oluşur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

ÖRNEK 15

Gerçek sayılar kümesi üzerinde f ve g fonksiyonları,

$$f(3^x) = \sqrt{x} - 2$$

$$g(7^x) = x^3 - 2x^2 + 81$$

olduğuna göre, (fog)(49) kaçtır?

ÖRNEK 16

f gerçel sayılarda tanımlı olmak üzere,

$$f(x) = 4 - x$$

olduğuna göre, (fofofofo.....of)(1) ifadesinin değeri kaçtır?

40 tane

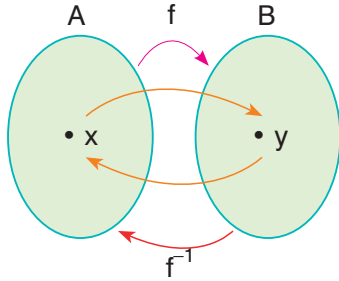
Ters Fonksiyon

$$f: A \rightarrow B, f = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$$

bire bir ve örten bir fonksiyon olmak üzere,

$$f^{-1} : B \rightarrow A, \quad f^{-1} = \{(y, x) : y \in B, x \in A\}$$

fonksiyonuna f 'nin ters fonksiyonu denir ve f^{-1} ile gösterilir.



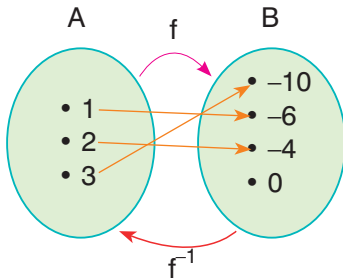
- $f : A \rightarrow B, f(x) = y$ ise
 $f^{-1} : B \rightarrow A, f^{-1}(y) = x$ olur.

Ö ÖNEMLİ BİLGİ

Bir fonksiyonun tersinin olabilmesi için fonksiyonun bire bir ve örten olması gerekir.

ÖRNEK 17

$f : A \rightarrow B$, bire bir ve örten olan f fonksiyonu aşağıda verilmiştir.



Buna göre, $\frac{f(3) + f^{-1}(-6)}{f(2) + f^{-1}(-10)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÖRNEK 18

$f : A \rightarrow B$, bire bir ve örten fonksiyonu $f(3x - 2) = 4x + 3$ şeklinde tanımlıdır.

Buna göre, $f^{-1}(-1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

Ö ÖNEMLİ BİLGİ

Birebir ve örten olan f fonksiyonunun tersi bulunurken $y = f(x)$ için

1. x yalnız bırakılır.
2. x yerine $f^{-1}(x)$, y yerine x yazılır.

ÖRNEK 19

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tanımlanmış aşağıdaki fonksiyonların tersini bulunuz.

a. $f(x) = 2x - 7$

b. $f(x) = \frac{x-4}{3}$

c. $f(x) = x^2 - 8$

ÖRNEK 20

$f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{4\}$ ve $y = f(x)$ fonksiyonu

$$4x - xy - y = 12$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

Ö ÖNEMLİ BİLGİ

Gerçek sayılarda tanımlı birebir ve örten $f(x) = ax + b$ fonksiyonunun ters fonksiyonu

$$f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}, a \neq 0 \text{ olur.}$$

- $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ fonksiyonunun ters fonksiyonu

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a} \text{ 'dir.}$$

Burada a ve d sayıları çapraz olarak yer ve işaret değiştirir.